

2 行列の基本変形と階数

問題 2.1. 次の行列を行基本変形を用いて階段行列に変形しなさい.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 3 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & -5 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 2.2. 次の行列の階数を行基本変形を用いて求めなさい.

$$(1) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 2 & 3 & 5 & -4 \\ 3 & 5 & 8 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 8 \\ 3 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 & 7 \end{pmatrix} \quad (5) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad (6) \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(7) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad (8) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad (9) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ -3 & -2 & 0 & 1 \\ 4 & 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

応用問題

問題 2.3. 次の行列を基本変形を用いて (階段行列を経由したうえで) 標準形に変形しなさい.

$$(1) \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 & 11 \\ -1 & 4 & -3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & -2 & 1 & 4 \\ 6 & -3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

問題 2.4. 次の行列の階数を求めなさい.

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -7 \\ 3 & -2 & -8 & 12 \\ 2 & 1 & -3 & a \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & a \end{pmatrix}$$

ヒント: a による場合分けが最後に必要.