

6 行列式の性質

問題 6.1. 次の行列式を基本変形を活用して求めなさい.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 10 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 & 6 \\ 3 & 7 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 6 & 7 & 1 \\ 2 & 7 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -3 & -3 \\ 2 & 3 & -6 & 2 \\ 4 & 5 & -4 & 3 \\ 3 & 7 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(6) \begin{vmatrix} 3 & -9 & 6 & 3 \\ 2 & -5 & 3 & 3 \\ 4 & -2 & 5 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

$$(7) \begin{vmatrix} 0 & 3 & 5 & 8 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$(8) \begin{vmatrix} 0 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 8 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 6 & 3 & 9 \end{vmatrix}$$

問題 6.2. 次の行列式をブロックで考えることにより求めなさい.

$$(1) \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & 1 \\ 5 & 7 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 3 & -4 & -2 & -3 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 4 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(6) \begin{vmatrix} 8 & 5 & -3 & -4 \\ 7 & 3 & 3 & -2 \\ -3 & -4 & 8 & 5 \\ 3 & -2 & 7 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(7) \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(8) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

問題 6.3. 次の行列に対し, $|A|$, $|B|$, $|AB|$, $|A^{-1}|$, $|B^3|$ を求めなさい.

$$(1) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & -3 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad (2) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

応用問題

問題 6.4. 次の行列式を基本変形を活用して求めなさい.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 8 & a \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & x \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & x \\ 3 & 2 & 4 & y \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & a & 2 & -1 \\ a & 1 & a & 2 \\ 2 & a & 1 & a \\ -1 & 2 & a & 1 \end{vmatrix}$$