

2 行列の基本変形と階数

問題 2.1. (1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -13 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$. (2) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. (3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. (4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

問題 2.2. (1) 3. (2) 3. (3) 2. (4) 3. (5) 3. (6) 3. (7) 4. (8) 4. (9) 4. できる階段行列は以下の通り.

$$\begin{array}{lll} (1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} & (2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 \\ 0 & 1 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 1 & -8 \end{pmatrix} & (3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ (4) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} & (5) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & (6) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ (7) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & (8) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & (9) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

問題 2.3.

$$\begin{array}{ll} (1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ (2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{57}{676} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{139}{169} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{295}{338} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{163}{676} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

問題 2.4. (1) $a = 1$ のとき 1, $a = -\frac{1}{2}$ のとき 2, $a \neq 1, -\frac{1}{2}$ のとき 3.

$$\begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 0 & 1-a^2 & a-a^2 \\ 0 & a-a^2 & 1-a^2 \end{pmatrix} \xrightarrow{a \neq 1} \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 0 & 1+a & a \\ 0 & a & 1+a \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & a & 1+a \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2a \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1+2a \end{pmatrix}$$

(2) $a = 1$ のとき 2, $a \neq 1$ のとき 3. (3) $a = -1$ のとき 2, $a \neq -1$ のとき 3.

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & a-1 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & a+1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$